

O DESENHO DAS ESTRUTURAS GEOMÉTRICAS: POLIEDROS PLATÔNICOS E ARQUIMEDIANOS

Maria Alzira Loureiro¹

Loureiro, M. A. O Desenho das Estruturas Geométricas: poliedros platônicos e arquimedianos. Revista Assentamentos Humanos, Marília, v2, n. 1, p55-70, 2000.

ABSTRACT

This paper deals with a new methodological procedure for learning solid geometry and for computerized or traditional drawing by observation of the metric relationships of the solid. To "think globally and to act locally" is the holistic slogan that sustains this whole new methodological procedure of research / learning. (3)

Key Words: Geometric structures, Architecture, Drawing, Distance Teaching, Polyhedron.

Palavras-Chave: Estruturas Geométricas, Arquitetura, Desenho, Ensino à Distância, Poliedros.

¹ Doutora em Arquitetura e Urbanismo pela FAU - USP . Professora dos cursos de graduação e de pós-graduação em Arquitetura e Urbanismo da Faculdade de Engenharia e Arquitetura da FEA-UNIMAR.



Resumo

Existe um novo procedimento metodológico de aprendizagem da geometria sólida e do desenho (informatizado ou tradicional) por meio da observação das relações métricas do sólido. "Pensar globalmente e agir localmente" é o slogan holístico que sustenta todo este novo procedimento metodológico de pesquisa / aprendizagem. (3)

Introdução

Esta pesquisa tem como objetivo desenvolver um novo procedimento metodológico de ensino-aprendizagem, a fim de mostrar ao discente como se processa o "aprender à aprender" no sentido resolver os problemas de representação gráfica das estruturas geométricas (planas e sólidas), com instrumentos gráficos tradicionais ou informatizados.

Justifica-se esta pesquisa porque:

1 - a linguagem gráfica (precisa e expressiva) constitui a linguagem usada por todos os profissionais que trabalham com projeto: arquitetos, designers, engenheiros, etc. e precisam acompanhar o avanço tecnológico e as necessidades dos usuários;

2 - para o século XXI, a tendência é a "universidade livre", com ensino à distância, que justifica a necessidade de pesquisas sobre novos procedimentos metodológicos de ensino-aprendizagem, coerentes com as características da "Era da Informática" ou "Era do Conhecimento";

3 - o ensino presencial exige um professor. O ensino à distância, exige um tutor enquanto que,

4 - no ensino presencial o aluno é passivo. No ensino à distância, o aluno é interativo.

MATERIAL E MÉTODO

Antes de discutir o material e método empregados, deve-se ressaltar que o discente deve ter conhecimentos básicos da instrumentalização gráfica, sabendo fazer desenho informatizado. Para tal, deve ter conhecimentos básicos de AutoCAD. (3)

Com relação ao ensino presencial, alunos principiantes devem ser instruídos no sentido de aquisição da instrumentalização (seja de forma tradicional, suja da forma informatizada, à medida que tais requisitos estejam sendo acionados.

Já os alunos com conhecimentos básicos terão no professor orientador no sentido de se visualizarem soluções. A metodologia a ser empregada será tanto na forma tradicional como na informatizada. Na primeira são obtidas as medidas dos sólidos com a aplicação da geometria plana euclidiana. Já no desenho projetivo quando há necessidade de projeções tridimensionais, o discente trabalhará com desenho em perspectiva cavaleira (para tal, empregará folhas de papel vegetal (layers) para sobrepor as construções até chegar à arte final. (2,3)

Com referência à terceira forma de trabalho, o desenho informatizado (da computação gráfica), o aluno deverá desenhar após tomar medidas dos sólidos, utilizando-se dos comandos de desenho em 2D do AutoCAD (coordenadas x,y)

Por último, tanto para os desenhos em 2D como em 3D, devem ser utilizados todos os recursos de visualização técnica da últimas versões do software AutoCAD, inclusive os "layers".

O trabalho foi desenvolvido em cinco partes: A, B, C, D, E, relacionadas com o desenho dos poliedros platônicos e dos arquimedianos, como se segue:

PARTE A - OBSERVANDO O DODECAEDRO REGULAR

Existem 5 POLIEDROS PLATÔNICOS, assim chamados por terem sido estudados e divulgados por PLATÃO.



O DODECAEDRO é um deles! O DODECAEDRO e o ICOSAEDRO são os dois poliedros mais complicados para construir e os mais usados nas construções de geodésicas.

Observando o dodecaedro, deve-se lembrar que:

1. o objetivo desta observação não é criar fórmulas matemáticas e muito menos copiar resultados já existentes.

2. o objetivo principal é o DESENHO:

3. através do qual deve-se desenvolver a percepção visual espacial e em seguida,

4. pesquisar e criar um caminho para organizar as superfícies de maneira correta e precisa.

Entretanto, não existem receitas, por isso você deve-se procurar outras relações métricas para resolver este problema. E como um "quebra-cabeça" muito interessante, utilizando o AutoCAD ou qualquer outro instrumento gráfico. O que vale é a observação, a percepção, a intuição e a razão.

Primeiro passo: antes de iniciar o desenho, é necessário observar a forma do dodecaedro já desenhada!

1. O dodecaedro regular é composto por 12 faces compostas por pentágonos regulares.

2. Cada nó é composto por 3 vértices destes pentágonos.

3. A lógica leva-nos a refletir que se em cada face há 5 vértices e se há 12 faces no dodecaedro, então vértices e faces multiplicados, tem-se 60 vértices. Se os vértices estão justapostos de 3 em 3, então teremos $60/3 = 20$ nós!

4. Por outro lado, os lados dos pentágonos justapostos de 2 em 2, formam 30 arestas.

5. A lógica permite então concluir que 12 faces vezes 5 lados = 60 lados. Se os lados das faces estão justapostos de 2 em 2, então teremos $60/2 = 30$ arestas!



Segundo passo: corresponde à observação dos contornos das vistas de cima e das duas laterais.

As faces opostas são paralelas e invertidas, uma fica "virada" de um lado e a outra oposta, fica "virada" para o outro lado numa rotação de 180° sobre o mesmo eixo central.

Definindo duas destas faces opostas como base superior e base inferior, os outros dez pentágonos compreenderão todo o resto da superfície poliédrica; cinco "virados para cima" partindo da base inferior; cinco "virados para baixo" partindo da base superior.

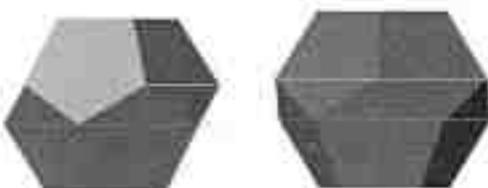
A vista de cima tem como linha de contorno, um decágono regular, composto por 10 arestas justapostas duas a duas; estas mesmas arestas, nas duas vistas laterais formam um "ziguezague".

Terceiro passo: observa-se a organização dos vértices.

Imagine que as arestas medem 100mm.

Começar a desenhar a vista de cima, para organizar no PH, as projeções dos vértices.

Os 5 vértices (nós) da base superior e os 5 vértices da base inferior... eles estão organizados dentro de um cilindro.

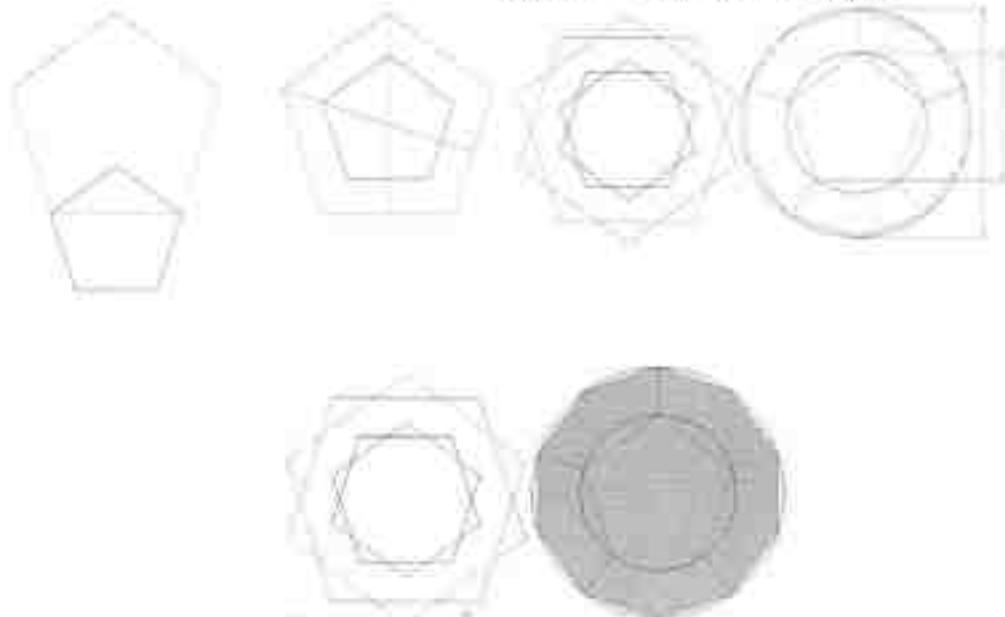


Assim percebe-se que os 10 vértices (nós) das laterais estão organizados dentro de um outro cilindro. Unindo os vértices alternados dois a dois, aparecem dois grandes pentângulos regulares cujos lados são as diagonais menores dos pentângulos das faces do dodecaedro.



Quarto passo: determina-se as dimensões.

É necessário determinar a dimensão dos lados dos 2 pentângulos maiores cujos vértices são os 10 nós das laterais. Primeiramente desenha-se um pentágono regular (uma face) com 100mm de lado. Em seguida, determina-se a diagonal menor, e constrói-se um pentágono regular cujo lado é a diagonal menor da face. A seguir, determina-se o centro dos dois pentângulos que devem ser copiados de maneira a ficarem concêntricos.

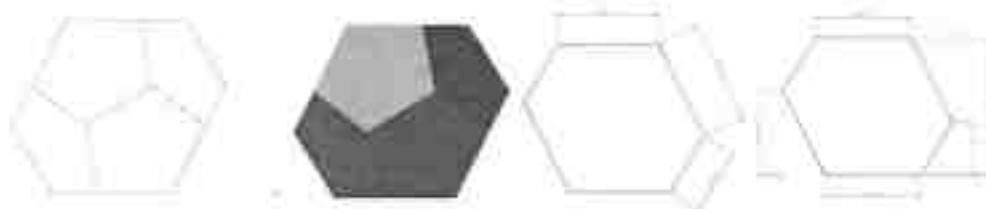


RESULTADOS E DISCUSSÃO DA PARTE A

Em primeiro lugar, determina-se as posições dos vértices, por partes.

Na primeira parte, desenha-se a vista de cima, em 2d. Para tal, seleciona-se estes dois pentágonos a fim de obter seus simétricos por rotação, por meio do comando POLAR (array), com ponto central no centro dos polígonos.

Na segunda, desenha-se a vista lateral em 2d. Antes de começar a desenhar, observa-se o contorno de uma das vistas laterais. A vista lateral abaixo, tem o seu contorno composto por medidas exatas das faces:



Observe as figuras acima:

- a - As bases superior e inferior estão representadas pelas alturas dos pentágonos das duas bases;
- a.1 - estão representadas em posições simetricamente invertidas (observe estas posições na vista de cima).
- b - Os dois segmentos que formam o contorno do lado direito são simetricamente invertidos aos do lado esquerdo;
- b.1 - os segmentos menores destes contornos correspondem à verdadeira grandeza das arestas das faces pentagonais;
- b.2 - os segmentos maiores correspondem à verdadeira grandeza da altura da face pentagonal (são do mesmo comprimento das bases).
- c - Observa-se na vista de cima os alinhamentos de cada conjunto de 5 vértices.
- d - Os vértices das bases (dois conjuntos de cinco) têm alturas diferentes, porém pertencem a um cilindro.
- e - Os vértices laterais (dois conjuntos de cinco) têm alturas diferentes, porém pertencem a um outro cilindro, dos 12 vértices do dodecaedro regular. É necessário determinar os comprimentos dos seguintes segmentos:



Sobre a vista de cima e trace as coordenadas que passam pelos vértices e determinam uma das vistas laterais.

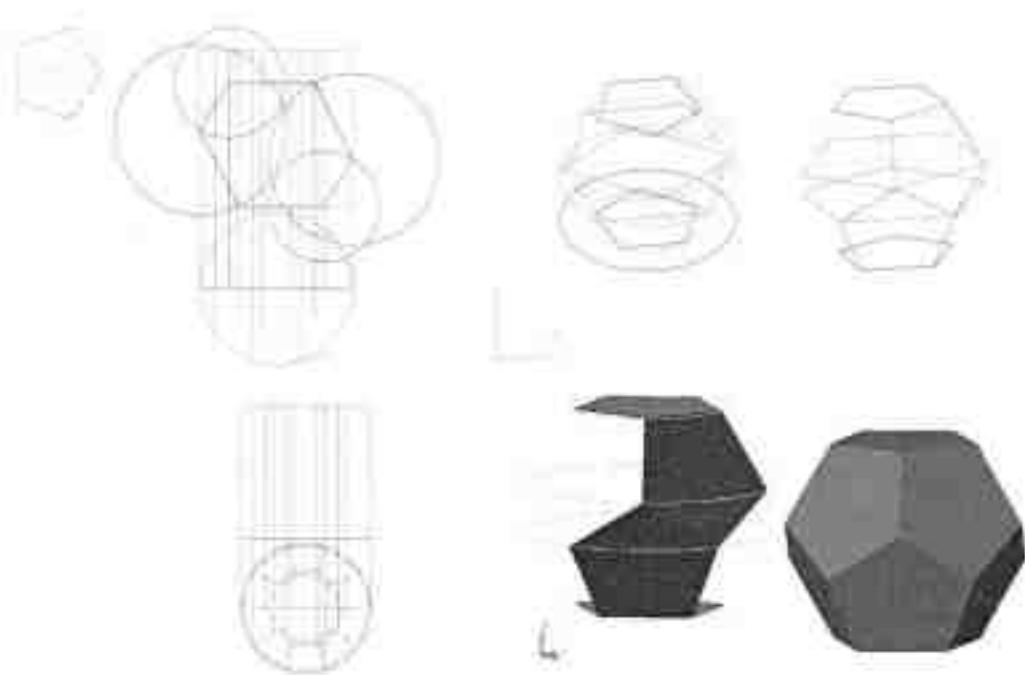
Os vértices pertencem a dois cilindros distintos assim como as coordenadas. A seguir, deve-se colocar os segmentos da altura da face e do lado das faces nos lugares certos, por meio de arcos. Observe-se o desenho abaixo:

Na terceira, desenha-se o módulo em 3D

Deve-se procurar determinar as distâncias de cada vértice ao "PH". Sobre a vista de cima, em perspectiva, seleciona-se cada pentágono e movimenta-os conforme as alturas obtidas.



Une-se os vértices laterais e determine o módulo do dodecaedro formado pelas duas bases e por dois pentâgonos laterais. Este módulo tem as duas bases fixas e dois pentâgonos laterais móveis. Se se determinar o eixo vertical que passa pelos centros das duas bases, multiplicar os dois pentâgonos por 5, dentro de 360° , o dodecaedro regular estará desenhado em 3D.



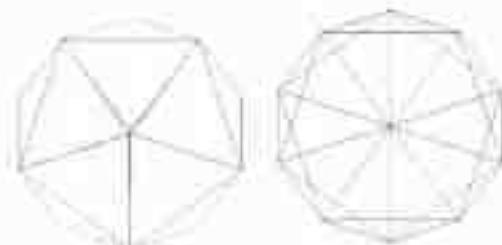
Assim, todos os vértices (ou nós) estão colocados nos lugares certos no espaço 3D.

PARTE B : OBSERVANDO O ICOSAEDRO REGULAR.

Primeiro passo: antes de iniciar o desenho, é necessário observar a forma do icosaedro já desenhada. O icosaedro regular é composto por 20 faces compostas por triângulos equiláteros. Cada nó é composto por 5 vértices (1 vértice de cada 5 triângulos.).



Utilizando-se a lógica, 3 vértices vezes 20 faces tem-se 60 vértices. Se os vértices estão justapostos de 5 em 5, então teremos $60/5 = 12$ nós.



Por outro lado, os lados dos triângulos justapostos de 2 em 2, formam 30 arestas ou nós.

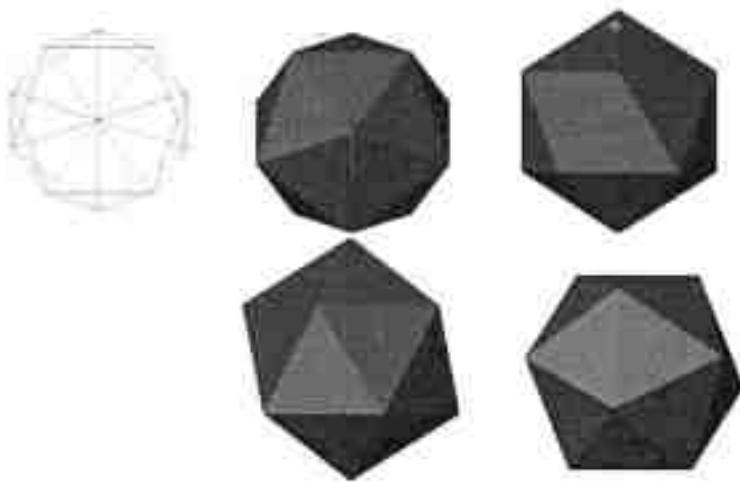
A lógica permite então concluir que 12 faces vezes 5 lados = 60 lados. Se os lados das faces estão justapostos de 2 em 2, então teremos $60/2 = 30$ arestas ou nós.

Segundo passo: observa-se os conformes das vistas de cima e das duas laterais. As faces opostas são paralelas e invertidas duas a duas. Definindo cinco destas faces opostas como parte superior e parte inferior, os outros dez triângulos

compreenderão todo o resto da superfície poliédrica; cinco "virados para cima", partindo da parte inferior; cinco "virados para baixo", partindo da parte superior. A vista de cima tem como linha de contorno, um decágono regular, composto por 20 arestas justapostas duas a duas. Estas mesmas arestas, nas duas vistas laterais formam um "zigue-zague".

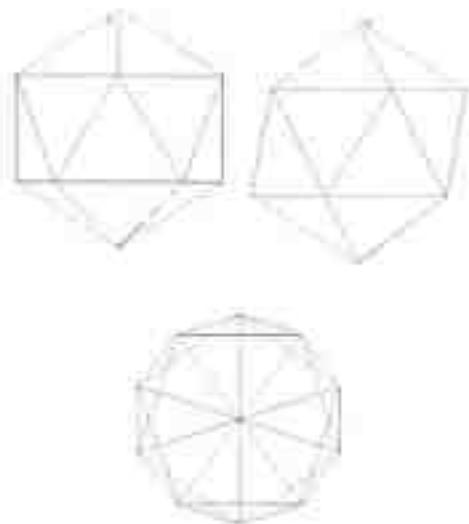
Terceiro passo: observa-se a organização dos vértices. Imaginem-se as arestas com 100 mm. Se começar a desenhar a vista de cima, para organizar as projeções dos vértices no PH, pode-se observar que as partes inferior e superior contêm 6 vértices cada. Os dois vértices centrais são extremidades de um dos eixos de simetria. Ficam outros 5 vértices (nós) para cada parte, formando um pentágono superior e um pentágono inferior invertidos. Observe-se que os 10 vértices (nós) estão organizados dentro de um cilindro. Unindo os vértices alternados dois a dois, aparecem dois grandes pentângulos regulares cujos lados são as verdadeiras grandezas das arestas do icosaedro.

Quarto passo: determina-se as dimensões. Para desenhar a vista de cima, primeiro desenha-se dois pentângulos cujos vértices são os 10 nós das laterais (cinco em cada pentágono). Os outros dois que faltam são as extremidades do eixo de simetria. (Ficam coincidentes, bem no centro da vista de cima). Deve-se desenhar um pentágono regular, com 100mm de lado. Em seguida, desenha-se um círculo (3P), passando por três de seus vértices. Depois, seleciona-se o pentágono com centro de simetria, no centro da circunferência. Dessa forma, uni-se todos os dez vértices dos pentângulos, obtém-se o contorno da vista de cima, isto é, a representação ortogonal dos dez triângulos laterais, que formam o "zigue-zague" das vistas laterais.



Unindo todos os dez vértices ao centro da circunferência, aparecem representados os 5 triângulos superiores e os 5 triângulos inferiores.

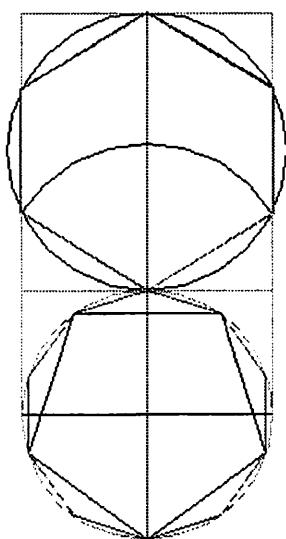
Quinto passo: observa-se as posições dos vértices. A observação das posições dos vértices fornece um exercício bastante interessante. Primeiro, veja-se o contorno de uma das vistas laterais. A vista lateral esquerda interessa porque o seu contorno configura um hexágono irregular e seu eixo vertical define a projeção como simétrica reflexiva.



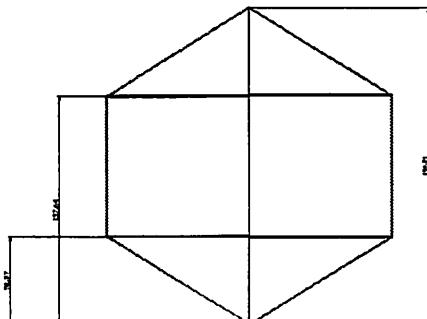
Deve-se levar em consideração que:
 a) Os dois lados superiores e os dois lados inferiores medem 100mm, pois correspondem às verdadeiras grandezas das arestas do icosaedro, b) Os dois contornos laterais (verticais) são exatamente as alturas das faces triangulares, c) Na vista lateral direita, nota-se que o mesmo eixo define a figura como simetria por rotação (invertida), d) Outro fato interessante, é que o icosaedro regular é inscrito numa esfera que passa por todos os seus 12 vértices, e) Um outro, é que os dez vértices laterais pertencem a um cilindro.

RESULTADOS E DISCUSSÃO DA PARTE B

Sexto passo: desenha-se a vista lateral. A vista lateral esquerda é a mais adequada para desenhar. Assim, seguem-se os seguintes passos:



1. Desenha-se a vista de cima.
2. A seguir, desenha-se a projeção da vista de frente do cilindro.
3. Com um arco com raio igual ao comprimento da aresta do icosaedro, determina-se, na projeção da vista de frente do cilindro, mais dois vértices.



4. Com 3 vértices já determinados, traça-se a circunferência (3P) que passa por estes três pontos. Esta circunferência é a projeção da vista de frente da esfera circunscrita.

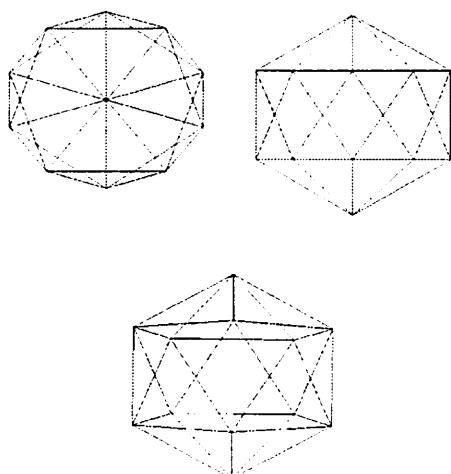
5. Esta circunferência por sua vez, determina os outros três vértices superiores. Assim, a vista lateral fica desenhada.

Sétimo passo: desenha-se o módulo em 3D. Esta vista determina as alturas dos vértices do icosaedro. Inicialmente, deve-se determinar as distâncias de cada vértice ao PH. A partir disso, seguem os estágios abaixo:

- 1 - Sobre a vista de cima (2D) em perspectiva, deve-se selecionar cada um dos dois pentágonos e levantá-los conforme as alturas obtidas ;
- 2 - A seguir, traça-se uma linha vertical, com o comprimento do eixo (altura maior) para determinar os dois vértices (o superior e o inferior).

3 - Todos os vértices (ou nós) estão colocados em seus lugares certos no espaço 3D.

4 - Por fim, como um exercício, unindo os vértices laterais, pode-se determinar o módulo do icosaedro formado por quatro triângulos equiláteros. Multiplica-se este módulo por cinco ao redor do eixo vertical, por meio da simetria por rotação (array)



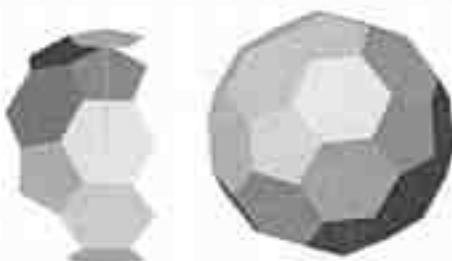
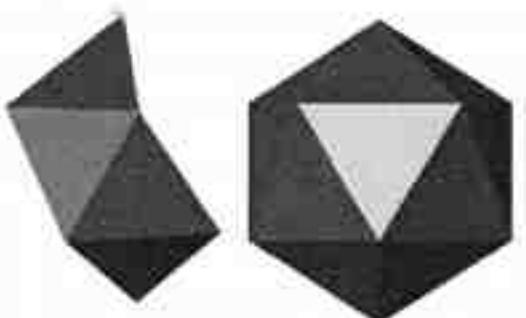
Construção do TRONCOICOSAEDRO

O troncoicosaedro é um dos poliedros arquimediano. Pode-se construir um icosaedro, apenas com linhas nas arestas.

Assim, a seguir, dividem-se as arestas em três partes. Em seguida, seccionam-se as faces, de modo que:

- nos lugares dos vértices (nós) do icosaedro, ficam pentágonos regulares;
- nos lugares dos triângulos das faces, ficam hexágonos regulares.

Icosaedro passa a ser um troncoicosaedro, composto por 12 pentágonos regulares e 20 hexágonos regulares. Seu módulo deverá ter duas bases pentagonais fixas, 5 faces pentagonais móveis e 5 faces hexagonais móveis. O resultado final é o módulo do icosaedro cuja organização das partes correspondentes deste novo sólido está apresentada a seguir:



CONCLUSÃO

O procedimento metodológico desenvolvido nesta pesquisa, possibilita o estudo de qualquer poliedro regular (platônicos), semi-regular (arquimediano) ou irregular e sua construção gráfica por meio de instrumentos gráficos tradicionais ou informatizados. Assim, da mesma forma, possibilita a construção dos poliedros arquimediano e de geodésicas, sem necessidade de novas teorias ou métodos. Basta observar, descobrir e

desenhar, "aprender à aprender".

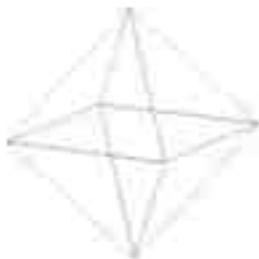
Como exemplo para esta conclusão, o mesmo procedimento metodológico pode ser utilizado para construir o troncoicosaedro. Tem este nome, porque todos os poliedros regulares (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro), quando seccionados por planos que dividem suas arestas em 3 partes iguais, chamam-se troncos. Troncoicosaedro é o icosaedro cujas arestas

foram divididas em 3 partes iguais e seus vértices foram seccionados, transformando-se em pentágonos regulares. Evidentemente, as faces triangulares transformam-se em hexângulos regulares. Da mesma forma, os outros três poliedros regulares (o tetraedro regular, o hexaedro regular e o octaedro regular) têm seus poliedros arquimedianos, bastando para isso, dividir suas arestas

em 2 ou em 3 partes iguais. Depois, divide-se as novas arestas em 2 ou partes iguais, até chegar ao infinito, isto é, a esfera inscrita do poliedro platônico inicial. A seguir, alguns exemplos; cria-se outras construções usando os mais diversos instrumentos gráficos (prancheta tradicional ou os mais diversos softwares) com suas específicas potencialidades gráficas.

PARTE C : OBSERVANDO O OCTAEDRO REGULAR

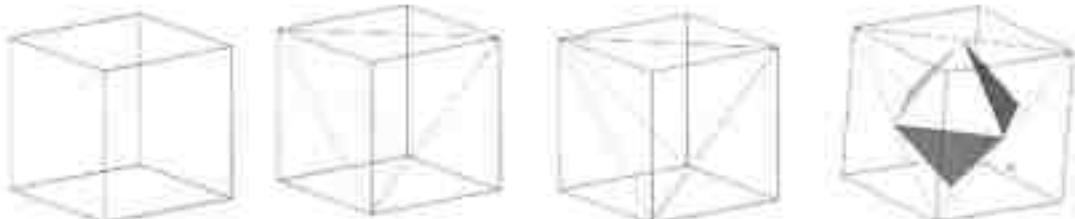
Primeiro passo: antes de iniciar o desenho, é necessário observar a forma do octaedro já desenhada!



O octaedro regular é composto por 08 faces compostas por triângulos equiláteros. Cada nó é composto por 4 vértices destes triângulos.

A lógica leva-nos a refletir que se em cada face há 3 vértices e se há 08 faces no octaedro, então vértices e faces multiplicados, tem-se 24 vértices. Se os vértices estão justapostos de 4 em 4, então teremos $24/4 = 06$ nós!

Por outro lado, os lados dos triângulos equiláteros justapostos de 2 em 2, formam 12 arestas. A lógica permite então concluir que 08 faces vezes 3 lados = 24 lados. Se os lados das faces estão justapostos de 2 em 2, então teremos $24/2 = 12$ arestas!



Segundo passo: observa-se as similaridades entre o número de lados, arestas e vértices dos poliedros. Se o octaedro regular tem 6 vértices, o hexaedro regular (cubo) tem 6 faces e o tetraedro regular tem 6 arestas; então cada vértice do octaedro pode pertencer ao centro de cada face de um hexaedro regular, como pode pertencer ao

ponto médio de cada aresta de um tetraedro regular,

Acompanhando este raciocínio, determina-se o ponto médio de uma das diagonais de cada face do cubo, ou o ponto médio de cada aresta do tetraedro regular inscrito neste cubo. A seguir é determina-se os triângulos que formam as faces do octaedro regular.

Terceiro passo: observa-se as vistas ortogonais do octaedro regular. A união de quatro nós coplanares, tem-se um quadrado. Tem-se, portanto, 3 quadrados perpendiculares entre si. As distâncias entre os vértices opostos são as diagonais destes quadrados. Acompanhando este raciocínio, desenha-se um quadrado e uma diagonal perpendicular a este quadrado, passando pelo ponto médio das diagonais.

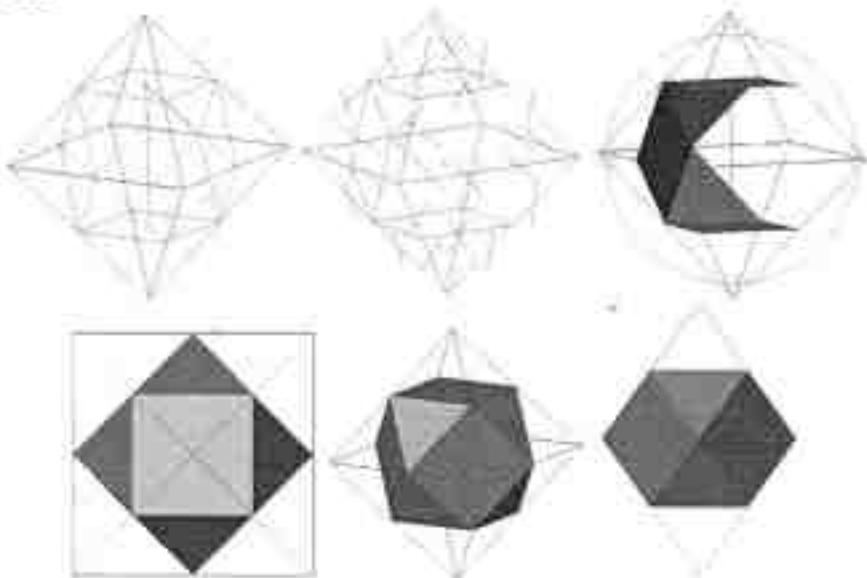
VISTAS ORTOGONIAIS



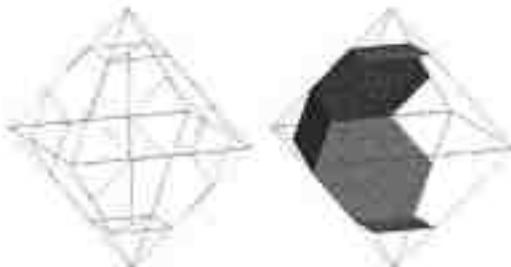
Construção do CUBOCTAEDRO

Determina-se os pontos médios de cada aresta do octaedro. Secciona-se o octaedro regular por meio de planos perpendiculares aos eixos passando pelos pontos médios das arestas, tem-se o CUBOCTAEDRO composto por 6 quadrados (nos lugares dos 6 vértices) e 8 triângulos equiláteros (nos lugares das 8 faces) conforme a sequência abaixo.

O MÓDULO



Acompanhando este raciocínio, pode-se desenhar duas bases fixas (2 quadrados) e as laterais móveis (um quadrado e dois triângulos equiláteros). Girando as faces laterais ao redor do eixo vertical quatro vezes ao redor de 360° , tem-se o octaedro completo.



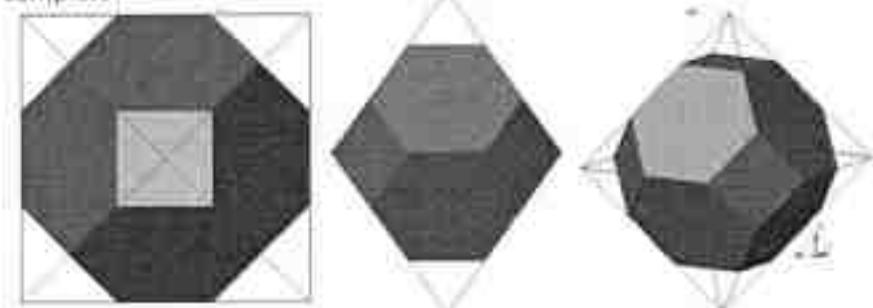
Construção do TRONCOCTAEDRO

Determina-se os dois pontos que dividem cada aresta do octaedro em 3 partes iguais. Seccionando o octaedro regular por meio de planos perpendiculares aos eixos centrais, passando pelos pontos que dividem as arestas em três partes iguais, tem-se um troncoctaedro formado por 6 quadrados (nos lugares dos 6 vértices) e por 8 hexágonos regulares (nos lugares das 8 faces triangulares).

O MÓDULO

Da mesma forma como foi determinado o módulo do cuboctaedro, deve-se proceder com o troncoctaedro: duas bases fixas (2 quadrados) e as 3 faces móveis (2 hexágonos e um quadrado).

Multiplicando 4 vezes as faces móveis ao redor do eixo vertical (simetria por rotação), tem-se o troncoctaedro completo.



PARTE D : OBSERVANDO O TETRAEDRO REGULAR

Primeiro passo: antes de iniciar o desenho, é necessário observar a forma do octaedro já desenhada! O tetraedro regular é composto por 04 faces compostas por triângulos equiláteros. Cada nó é composto por 03 vértices destes triângulos.

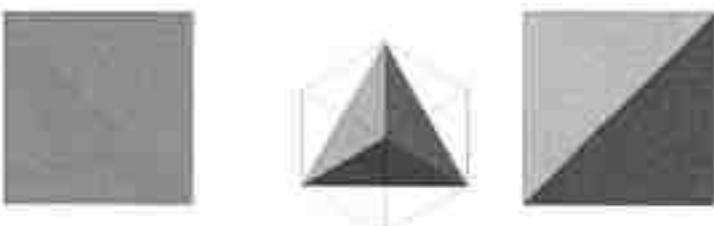
A lógica leva-nos a refletir que se em cada face há 3 vértices e se há 04 faces no tetraedro regular, então vértices e faces multiplicados, tem-se 12 vértices. Se os vértices estão justapostos de 03 em 03, então teremos $12/3 = 4$ nós! Por outro lado, os lados dos triângulos equiláteros justapostos de 2 em 2, formam 06 arestas.

A lógica permite então concluir que 04 faces vezes 3 lados = 12 lados. Se os lados das faces estão justapostos de 2 em 2, então teremos $12/2 = 6$ arestas!

Segundo passo: observa-se as similaridades entre o número de lados, arestas e vértices dos poliedros. Se o tetraedro regular tem 06 arestas, o hexaedro regular (cubo) tem 06 faces e o octaedro regular tem 06 nós; então as arestas do tetraedro regular podem coincidir com as diagonais opostas e reversas das faces de um hexaedro regular, assim como os pontos médios cada aresta do tetraedro regular podem pertencer aos nós de um octaedro regular. As distâncias entre as arestas opostas do tetraedro regular coincidem com o comprimento das arestas do cubo e com o comprimento do eixo de simetria do octaedro regular.

Acompanhando este raciocínio, determina-se os 3 pares de diagonais reversas das faces do cubo; a seguir determina-se os 6 triângulos que formam as faces do tetraedro regular.

VISTAS ORTOGONIAIS



As projeções ortogonais das vistas de cima, de frente e laterais, terão sempre o contorno quadrado, cobrindo a área igual à área da face do quadrado circunscrito à verdadeira grandeza da aresta do tetraedro que no caso é à diagonal deste "quadrado" projetado. - Apenas a perspectiva isométrica mostra uma projeção triangular, porém não é a verdadeira grandeza da face do tetraedro.

Construção do OCTAEDRO REGULAR

Primeiro passo: determina-se os pontos médios das arestas do tetraedro regular.

Segundo passo: secciona-se o tetraedro regular por meio de planos que passam por três pontos. As quatro faces triangulares do tetraedro ficam substituídas por quatro triângulos equiláteros menores. Os quatro nós ficam substituídos por outros quatro triângulos equiláteros, compondo o octaedro regular inscrito no tetraedro regular.

VISTAS ORTOGONIAIS



Construção do TRONCOTETRAEDRO

Primeiro passo: divide-se as arestas do tetraedro regular em três partes iguais; obtém-se doze pontos distintos e equidistantes do centro do tetraedro ou do cubo circunscrito.

Segundo passo: secciona-se o tetraedro regular por meio dos planos perpendiculares aos seus eixos, passando por três pontos mais próximos aos seus nós (vértices).

Terceiro passo: analisa-se os resultados; os quatro vértices transformam-se em quatro triângulos equiláteros cujos lados medem $1/3$ do comprimento das arestas do tetraedro regular; as quatro faces do tetraedro regular ficam transformadas em quatro hexágonos regulares, cujos lados medem $1/3$ do comprimento das arestas do tetraedro.

regular; O troncotetraedro é formado por quatro hexágonos regulares e quatro triângulos equiláteros; as projeções ortogonais de cima mostram o hexágono ou o triângulo equilátero em verdadeira grandeza.



PARTE E : OBSERVANDO O HEXAEDRO REGULAR

Primeiro passo: antes de iniciar o desenho, é necessário observar a forma do hexaedro regular já desenhada. O hexaedro regular é formado por seis quadrados perpendiculares entre si dois a dois, por doze arestas e por oito vértices denominados nós da estrutura. Cada nó é composto por três quadrados. Os comprimentos das alturas do hexaedro regular coincidem com os comprimentos de suas arestas.

Segundo passo: observa-se as suas projeções ortogonais. As projeções ortogonais de cima, de frente e laterais projetam sempre a forma de quadrado. Cada projeção mostra duas de suas faces opostas, coincidentes, sobrepostas e em verdadeiras grandezas e as outras quatro coincidentes com os seus contornos; a perspectiva isométrica, o contorno do hexaedro regular é um hexágono regular.

Construção do CUBOCTAEDRO



Primeiro passo: determina-se os pontos médios das arestas do hexaedro regular.

Segundo passo: secciona-se o hexaedro regular por meio de planos perpendiculares aos seus eixos de simetria, passando por três pontos médios das arestas mais próximos de cada nó (vértice).

Terceiro passo: observa-se os resultados; os oito vértices ou nós do hexaedro regular foram transformados em oito triângulos equiláteros e as seis faces quadradas em outros seis quadrados menores; os eixos que passam pelos pontos centrais das faces opostas, são de simetria polar.



Quarto passo: estuda-se a construção do módulo; o módulo pode ser obtido, considerando as duas faces opostas fixas e uma parte lateral móvel composta por um quadrado e dois triângulos equiláteros; girando esta parte móvel ao redor do eixo vertical quatro vezes, em espaços de 90° cada, (num total de 360°), tem-se o cuboctaedro construído.

Quinto passo:, observa-se as vistas ortogonais; as vistas ortogonais têm seus contornos em formas de quadrados cobrindo a área igual às faces do hexaedro regular; apenas os quadrados menores são projeções de suas faces em verdadeiras grandezas.

Construção do TRONCOCUBO

Primeiro passo: divide-se cada aresta do hexaedro regular em três partes iguais.

Segundo passo: secciona-se o hexaedro regular por meio de planos perpendiculares aos seus eixos de simetria, passando por três pontos médios das arestas mais próximos de cada nó (vértice).

Terceiro passo: observa-se os resultados; os oito vértices ou nós do hexaedro regular foram transformados em oito triângulos equiláteros e as seis faces quadradas em outros seis octógonos irregulares; os eixos que passam pelos pontos centrais das faces opostas, são de simetria polar.

Quarto passo: estuda-se a construção do módulo; o módulo pode ser obtido, considerando as duas faces opostas fixas (octógonos irregulares) e uma parte lateral móvel composta por um octógono irregular e dois triângulos equiláteros; girando esta parte móvel ao redor do eixo vertical quatro vezes, em espaços de 90° cada, (num total de 360°), tem-se o troncocubo construído.

Quinto passo: observa-se as vistas ortogonais; as vistas ortogonais têm seus contornos em formas de quadrados cobrindo a área igual às faces do hexaedro regular; apenas os octógonos irregulares são projeções de suas faces em verdadeiras grandezas.



BIBLIOGRAFIA

SÁ, Ricardo. *Edros*. São Paulo: Projeto Editores Associados, 1982.

LOTUFO, Victor. *Geodésicas & Cia*. São Paulo: Projeto Editores Associados, 1982.

LOUREIRO, Maria Alzira. *O Desenho das Estruturas Geométricas*. Tese de Doutorado defendida na FAU-USP, São Paulo, 1993.